**Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ**
**10 класс**
31 января 2024 года
Вариант МА2300109
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО________________________________________ класс _______

### Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

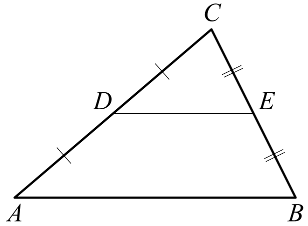




## Часть 1

***Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.***

**1** Площадь треугольника $ABC$ равна 72. Отрезок $DE$ — средняя линия. Найдите площадь треугольника $CDE$.

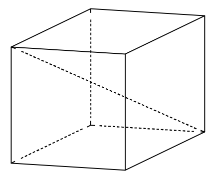



Ответ: ___________________________.

**2** Найдите длину вектора $\vec{a}(-5;12)$.

Ответ: ___________________________.

**3** Площадь поверхности куба равна 128. Найдите его диагональ.



Ответ: ___________________________.

**4** На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: ___________________________.

**5** Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 35 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 15 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 30 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: ___________________________.

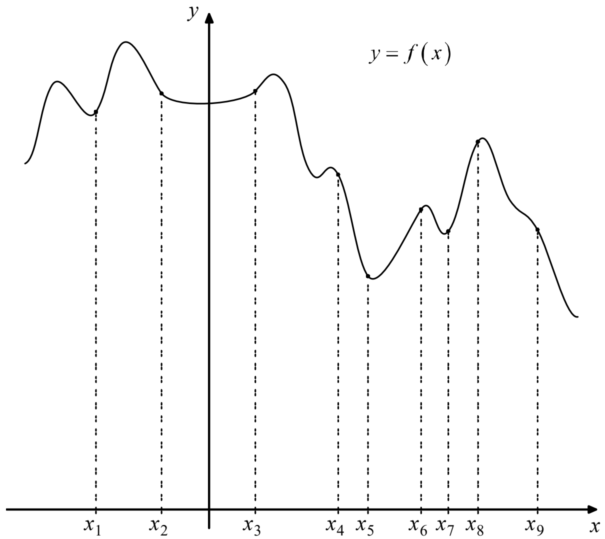
**6** Решите уравнение $\frac{4}{15}x^2 = 21\frac{3}{5}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: ___________________________.

**7** Найдите значение выражения $\frac{46\sin 62° \cdot \cos 62°}{\sin 124°}$.

Ответ: ___________________________.

**8** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$, $x_5$, $x_6$, $x_7$, $x_8$, $x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?




Ответ: ___________________________.





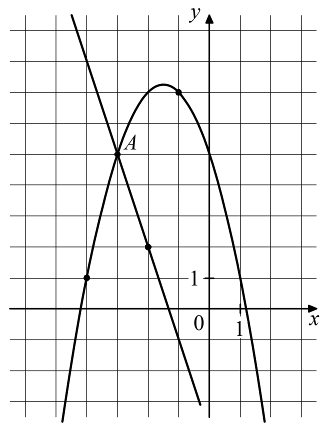
**9** Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 11$ кг и радиусом $R = 4$ см и двух боковых с массами $M = 6$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см², даётся формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M\left(2Rh + h^2\right)$. При каком максимальном значении $h$ момент инерции катушки не превышает предельного значения 472 кг·см²? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: ___________________________.

**10** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 154 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

**11** На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках $A$ и $B$. Найдите абсциссу точки $B$.




Ответ: ___________________________.

**12** Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 + 10x + 32}$.

Ответ: ___________________________.

## Часть 2

***Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**13** а) Решите уравнение $\left(1-\operatorname{tg}^2 x\right)\sqrt{5\sin x}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

**14** Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник $ABC$ с прямым углом при вершине $C$. Высота пирамиды проходит через точку $B$. Точки $M$ и $N$ — середины рёбер $AD$ и $BC$ соответственно.
а) Докажите, что $MN$ является биссектрисой угла $BMC$.
б) Найдите угол между прямыми $BD$ и $MN$, если $BD=4\sqrt{2}$, $AC=12$.

**15** Решите неравенство $\frac{(x-3)(x-5)(x-6)}{(x+3)(x+5)(x+6)}>1$.

**16** По бизнес-плану вкладчик предполагает вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов требуются дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 220 млн рублей.

**17** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ $AC$. Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.
а) Докажите, что отрезки $AC$ и $BD$ перпендикулярны.
б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC=34$ и $BD=30$.





**18** Найдите все значения $a$, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases}\left(4x^2+3a^2+40x-12a+112\right)\left((x-1)^2+(a-4)^2-4\right)=0,\\(x+2)^2+(a+2)^2=25\end{cases}$$
имеет ровно одно решение.

**19** а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 500?
б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 1250?
в) Найдите все такие натуральные числа $n$, что каждое из чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 4000.

**[math100.ru](math100.ru)**

**Ответы на тренировочные варианты 2300109-2300110 (профильный уровень) от 31.01.2024**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2300109 | 18 | 13 | 8 | 0,3 | 0,75 | 9 | 23 | 5 | 4 | 14 | 3 | - 5 |
| 2300110 | 6 | 17 | 9 | 0,2 | 0,25 | 10 | 21 | 8 | 3 | 16 | 5 | - 7 |

## Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**13**

а) Решите уравнение $\left(1-\operatorname{tg}^2 x\right)\sqrt{5\sin x}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

**Решение.**

Рассмотрим два случая.

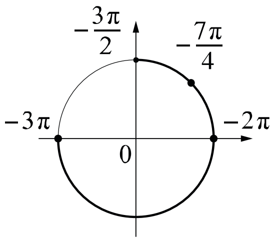
1. Если $\sin x=0$, то $x=\pi n$, где $n\in Z$.

2. Если $\sin x\neq 0$, то

$$\begin{cases}\operatorname{tg}^2 x=1,\\ \sin x>0;\end{cases}\quad \begin{cases}\operatorname{tg} x=\pm 1,\\ \sin x>0,\end{cases}$$

откуда следует, что $x=\frac{\pi}{4}+2\pi k$, где $k\in Z$, или $x=\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, где $m\in Z$.

б) Корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$, отберём с помощью единичной окружности.




Получаем $-3\pi$; $-2\pi$; $-\frac{7\pi}{4}$.

**Ответ**: а) $\pi n$, $n\in Z$; $\frac{\pi}{4}+2\pi k$, $k\in Z$; $\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in Z$; б) $-3\pi$; $-2\pi$; $-\frac{7\pi}{4}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*.<br>ИЛИ<br>Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |





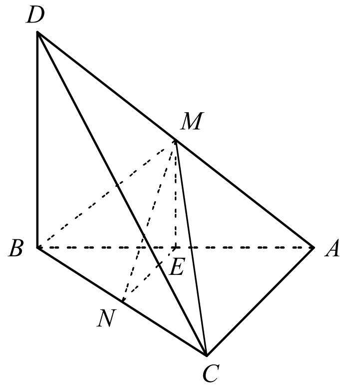
**14**

Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник $ABC$ с прямым углом при вершине $C$. Высота пирамиды проходит через точку $B$. Точки $M$ и $N$ — середины рёбер $AD$ и $BC$ соответственно.

а) Докажите, что $MN$ является биссектрисой угла $BMC$.

б) Найдите угол между прямыми $BD$ и $MN$, если $BD=4\sqrt{2}$, $AC=12$.

**Решение.**




а) По теореме о трёх перпендикулярах отрезок $DC$ перпендикулярен отрезку $AC$. Медиана $CM$ прямоугольного треугольника $DCA$ равна половине гипотенузы $DA$. Медиана $BM$ прямоугольного треугольника $ADB$ также равна половине гипотенузы $DA$. Значит, треугольник $BCM$ равнобедренный с основанием $BC$. Поэтому медиана $MN$ треугольника $BCM$ является биссектрисой.

б) Пусть $ME$ — перпендикуляр, опущенный из точки $M$ на ребро $AB$.

Следовательно, отрезок $ME$ параллелен отрезку $DB$. Тогда $ME$ — средняя линия прямоугольного треугольника $ABD$, значит, $ME=2\sqrt{2}$. Так как $DB$ — перпендикуляр к плоскости основания пирамиды, отрезок $ME$ также является перпендикуляром к этой плоскости.

Точки $E$ и $N$ — середины сторон $AB$ и $BC$ треугольника $ABC$, значит, $EN$ — средняя линия треугольника $ABC$. Поэтому $EN=\frac{1}{2}AC=6$.

Поскольку отрезок $ME$ параллелен отрезку $DB$, угол между скрещивающимися прямыми $DB$ и $MN$ равен углу между пересекающимися прямыми $ME$ и $MN$, то есть углу $EMN$.

Из треугольника $EMN$ находим, что

$$\operatorname{tg}\angle EMN=\frac{EN}{ME}=\frac{6}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, $\angle EMN=\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

**Ответ:** б) $\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*.<br>ИЛИ<br>Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*.<br>ИЛИ<br>При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.<br>ИЛИ<br>Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

**15** Решите неравенство $\frac{(x-3)(x-5)(x-6)}{(x+3)(x+5)(x+6)}>1$.

**Решение.**

Запишем исходное неравенство в виде

$$\frac{x^3-14x^2+63x-90}{(x+3)(x+5)(x+6)}-1>0;\quad \frac{x^3-14x^2+63x-90-\left(x^3+14x^2+63x+90\right)}{(x+3)(x+5)(x+6)}>0;$$

$$\frac{-28x^2-180}{(x+3)(x+5)(x+6)}>0;\quad \frac{7x^2+45}{(x+3)(x+5)(x+6)}<0,$$

следовательно, $x<-6$ или $-5<x<-3$.

**Ответ:** $(-\infty;-6)$; $(-5;-3)$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |





**16** По бизнес-плану вкладчик предполагает вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов требуются дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 220 млн рублей.

**Решение.**

Пусть $S$ млн рублей — первоначальные вложения. К началу 2-го года получится $1{,}2S+10$ млн рублей, а к началу 3-го года — $1{,}2\cdot(1{,}2S+10)+10=1{,}44S+22$. По условию $1{,}44S+22>140$, следовательно, $S>\frac{118}{1{,}44}=81{,}9\ldots$

К началу 4-го года имеем $1{,}2\cdot(1{,}44S+22)+15$, а в конце проекта

$$1{,}2\cdot(1{,}2\cdot(1{,}44S+22)+15)+15=2{,}0736S+31{,}68+33=2{,}0736S+64{,}68.$$

По условию $2{,}0736S+64{,}68>220$, следовательно, $S>\frac{155{,}32}{2{,}0736}=74{,}9\ldots$

А значит, наименьшее возможное целое значение — $S=82$.

**Ответ:** 82 млн рублей.

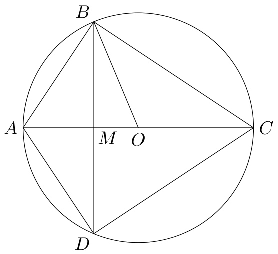
| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Верно построена математическая модель | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

**17** Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ $AC$. Также известно, что в $ABCD$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки $AC$ и $BD$ перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника $ABCD$, если $AC=34$ и $BD=30$.

**Решение.**




а) Пусть $BD$ и $AC$ пересекаются в точке $M$. Так как $ABCD$ — описанный четырёхугольник, то $AB+CD=BC+AD=s$. Будем считать, что $AB=x$, $BC=y$, $CD=s-x$ и $AD=s-y$. Углы $ABC$ и $ADC$ прямые, так как $AC$ — диаметр. По теореме Пифагора получаем $AC^2=x^2+y^2$ и $AC^2=(s-x)^2+(s-y)^2$.

Отсюда следует, что $x+y=s$, то есть $AB=AD$ и $BC=CD$. Это значит, что треугольники $ABC$ и $ADC$ равны по трём сторонам, поэтому $\angle ACB=\angle ACD$. Следовательно, $CM$ — биссектриса треугольника $DBC$, а также его высота и медиана.

б) Пусть $O$ — центр окружности, описанной около четырёхугольника $ABCD$. Тогда её радиус $OB=\frac{1}{2}AC=17$, поэтому $OM=\sqrt{OB^2-BM^2}=8$. Допустим, что $AM<MC$, тогда $AM=9$ и $MC=25$. Рассматривая прямоугольные треугольники $AMB$ и $ABC$, можем записать $\cos\angle BAM=\frac{AM}{AB}=\frac{AB}{AC}$, следовательно, $AB=\sqrt{AM\cdot AC}=3\sqrt{34}$. Аналогично $BC=5\sqrt{34}$, поэтому полупериметр четырёхугольника $ABCD$ равен $8\sqrt{34}$. Площадь же четырёхугольника $ABCD$ равна $\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=510$. Искомый радиус вписанной окружности равен $\frac{510}{8\sqrt{34}}=\frac{15\sqrt{34}}{8}$.

**Ответ:** б) $\frac{15\sqrt{34}}{8}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*.<br>ИЛИ<br>Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*.<br>ИЛИ<br>При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки.<br>ИЛИ<br>Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |





**18** Найдите все значения $a$, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(4x^2+3a^2+40x-12a+112\right)\left((x-1)^2+(a-4)^2-4\right)=0,\\(x+2)^2+(a+2)^2=25\end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

**Решение.**

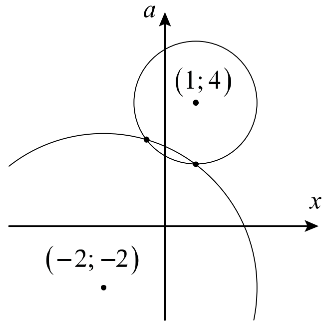
Преобразуем первое уравнение:

$$\left(3(a-2)^2+4(x+5)^2\right)\left((x-1)^2+(a-4)^2-4\right)=0,$$

следовательно, $a=2$, $x=-5$ или $(x-1)^2+(a-4)^2=4$.

На координатной плоскости $xOa$ уравнение $(x-1)^2+(a-4)^2=4$ определяет окружность с центром $(1;4)$ и радиусом 2.

Уравнение $(x+2)^2+(a+2)^2=25$ также определяет окружность с центром $(-2;-2)$ и радиусом 5. Заметим, что точка $(-5;2)$ лежит на этой окружности, а значит, пара $x=-5$, $a=2$ является решением.




Общие точки окружностей найдём из системы

$$\begin{cases}(x-1)^2+(a-4)^2=4,\\(x+2)^2+(a+2)^2=25.\end{cases}$$

Вычитая почленно первое уравнение из второго, получаем

$$6x+3+12a-12=21,$$

следовательно, $x=5-2a$.

Теперь из первого уравнения находим

$$(4-2a)^2+(a-4)^2=4;\quad 5a^2-24a+28=0,$$

откуда получаем $a=\frac{14}{5}$ или $a=2$.

Если $a=2$, то $x=1$ или $x=-5$.

Если $a=\frac{14}{5}$, то $x$ принимает единственное значение $-\frac{3}{5}$.

**Ответ:** $a=\frac{14}{5}$.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений *a*, отличающееся от искомого только включением точки $a=2$ | 3 |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения | 2 |
| Задача верно сведена к исследованию возможного количества решений системы | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *4* |

**19** а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 500?

б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 1250?

в) Найдите все такие натуральные числа $n$, что каждое из чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ трёхзначное, а десятичная запись их произведения $n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 4000.

**Решение.**

а) Да. Имеем:

$$123\cdot 124\cdot 125=(8\cdot 15+3)\cdot(8\cdot 15+4)\cdot 125=1000\cdot\left(8\cdot 15^2+7\cdot 15+1\right)+500.$$

Значит, десятичная запись этого произведения оканчивается на 500.

б) Нет. Предположим, что десятичная запись произведения $q=n(n+1)(n+2)$ некоторых трёхзначных чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ оканчивается на 1250. Тогда для некоторого натурального числа $k$ имеем $q=k\cdot 10^4+1250=2\cdot 5^4\cdot(8k+1)$. Поскольку из чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ только одно может делиться на 5, именно это число должно делиться и на $5^4=625$. Есть лишь одно такое трёхзначное число — это 625. Значит, либо $n=623$, либо $n=624$, либо $n=625$. В первых двух случаях $q$ делится на 4, что противоречит равенству $q=2\cdot 5^4\cdot(8k+1)$. Если $n=625$, то $q=625\cdot 626\cdot 627=2\cdot 5^4\cdot 313\cdot 627$. Это также противоречит равенству $q=2\cdot 5^4\cdot(8k+1)$, так как число $313\cdot 627$ даёт остаток 3 при делении на 8.





в) Пусть $n$ — искомое число. Тогда десятичная запись произведения $q=n(n+1)(n+2)$ оканчивается на 4000. Это происходит тогда и только тогда, когда для некоторого натурального числа $k$ имеем $q=k\cdot 10^4+4000=2^4\cdot 5^3\cdot(5k+2)$. Поскольку из чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ только одно может делиться на 5, именно это число должно делиться и на $5^3=125$. Значит, либо $n=125m$, либо $n=125m-1$, либо $n=125m-2$ для некоторого числа $m=1,\ 2,\ ...,\ 7$. Поскольку $q$ делится на $2^4=16$, а среди чисел $n$, $n+1$ и $n+2$ не более двух чётных и не более одного кратного 4, получаем, что одно из этих чисел должно делиться на 8. Следовательно, число $n$ при делении на 8 должно давать в остатке 0, 6 или 7.

Рассмотрим случай $n=125m$ ($m=1,\ 2,\ ...,\ 7$). Нужный остаток при делении на 8 будет лишь при $m=3$ и $m=6$. При $m=3$ произведение $q=375\cdot 376\cdot 377$ не делится на 16. При $m=6$ имеем $q=750\cdot 751\cdot 752=2^4\cdot 5^3\cdot(3\cdot 751\cdot 94)$. Число $3\cdot 751\cdot 94$ действительно даёт при делении на 5 остаток 2. Значит, число $n=750$ — одно из искомых.

Рассмотрим случай $n=125m-1$ ($m=1,\ 2,\ ...,\ 7$). Нужный остаток при делении на 8 будет лишь при $m=3$ и $m=5$. При $m=3$ имеем $q=374\cdot 375\cdot 376=2^4\cdot 5^3\cdot(187\cdot 3\cdot 47)$. Число $187\cdot 3\cdot 47$ действительно даёт при делении на 5 остаток 2. Значит, число $n=374$ — одно из искомых. При $m=5$ произведение $q=624\cdot 625\cdot 626$ делится на $625=5^4$, противоречие.

Наконец, рассмотрим случай $n=125m-2$ ($m=1,\ 2,\ ...,\ 7$). Нужный остаток при делении на 8 будет лишь при $m=2$ и $m=5$. При $m=2$ имеем $q=248\cdot 249\cdot 250=2^4\cdot 5^3\cdot(31\cdot 249)$. Число $31\cdot 249$ не даёт при делении на 5 остаток 2, противоречие. При $m=5$ произведение $q=623\cdot 624\cdot 625$ делится на $625=5^4$, противоречие.

Следовательно, все искомые числа $n$ — это 374 и 750.

**Ответ:** а) да; б) нет; в) 374 и 750.

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в* | 4 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б* | 3 |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*.<br>ИЛИ<br>Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *4* |