

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

30 марта 2023 года

Вариант МА2210412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!***Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

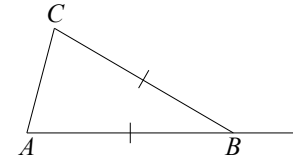
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

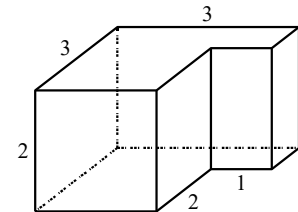
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 128° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2 Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

- 3 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна 0,83. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

- 4 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,25. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

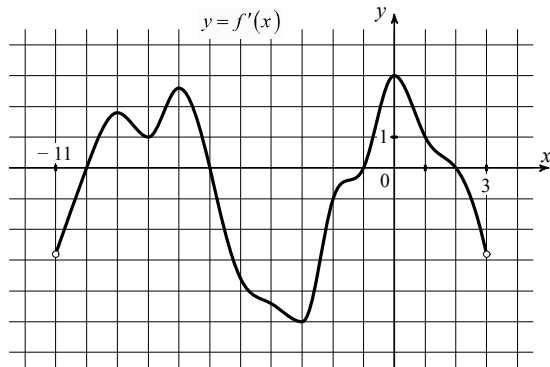
5 Найдите корень уравнения $\log_4(7-x) = 2\log_4 5$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{1\frac{1}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{2}{175}}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

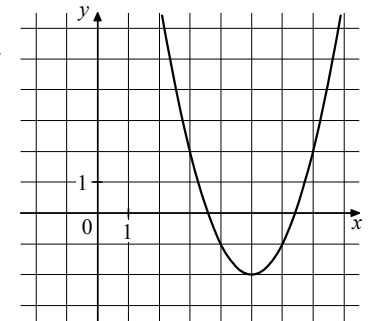
8 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3,6 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

9 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 7 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 30 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

10 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-1)$.



Ответ: _____.

11 Найдите точку минимума функции $y = (43 - x)e^{43-x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение $\log_{\frac{1}{3}}(\sin x - \sin 2x + 3) = -1$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.
- 13 На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM:MO=2:5$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .
- а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $6:7$.
- б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 14.

14 Решите неравенство $80^x - 3 \cdot 20^x - 60^x + 3 \cdot 15^x \geq 0$.

- 15 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 3,5 млн рублей.

- 16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.
- а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .
- б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 3, $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, а разность углов AOD и BOE равна 60° .
- 17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{15a + 120x - 8ax}{16x^2 + 8ax + a^2 + 60}$ содержит отрезок $[0;1]$.
- 18 а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 12 раз больше суммы цифр этого числа?
- б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 294 раза больше суммы цифр этого числа?
- в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 49 раз больше суммы цифр этого числа.

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2210409-2210412 (профильный уровень) от
30.03.2023

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2210409	114	40	0,033	0,168	- 44	1	6	2,4	60	- 31	43
2210410	126	35	0,039	0,15	- 11	1	9	1,95	56	- 50	34
2210411	77	10	0,24	0,44	- 2,5	- 3	6	18,75	48	11	33
2210412	64	14	0,17	0,64	- 18	- 15	5	20	63	34	44

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

12

а) Решите уравнение $\log_{\frac{1}{3}}(\sin x - \sin 2x + 3) = -1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

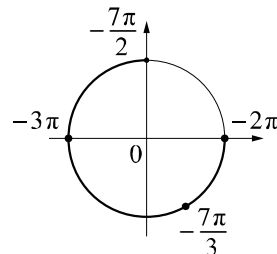
$$\sin x - \sin 2x + 3 = 3; \quad \sin x - 2\sin x \cos x = 0; \quad \sin x \cdot (1 - 2\cos x) = 0.$$

Значит, либо $\sin x = 0$, откуда следует, что $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, либо $\cos x = \frac{1}{2}$,

откуда следует, что $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

Получим числа $-3\pi; -\frac{7\pi}{3}; -2\pi$.



Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{3}; -2\pi$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

13

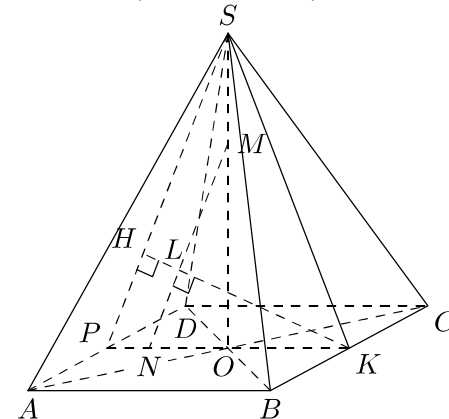
На высоте SO правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ взяли точку M так, что $SM : MO = 2 : 5$. Через точку M параллельно грани ADS провели плоскость α .

а) Докажите, что расстояние от прямой BC до плоскости α относится к расстоянию между прямыми BC и AS как $6 : 7$.

б) Найдите расстояние от прямой BC до плоскости α , если все рёбра пирамиды равны 14.

Решение.

а) Пусть K и P — середины рёбер BC и AD соответственно (см. рисунок). Плоскость SPO пересекает параллельные плоскости α и ADS по параллельным прямым SP и MN , где N — такая точка на отрезке OP , что $ON : NP = 5 : 2$. Значит, $PN = \frac{2}{7}OP = \frac{2}{14}PK = \frac{1}{7}PK$, т. е. $KN : KP = 6 : 7$.



Плоскость ADS параллельна прямой BC и проходит через прямую AS , поэтому расстояние между скрещивающимися прямыми BC и AS равно расстоянию от прямой BC до плоскости ADS .

В треугольнике PKS проведём высоту KH . Так как прямая KH перпендикулярна прямым SP и AD , лежащим в плоскости ADS , она перпендикулярна плоскости ADS . Значит, расстояние между прямыми BC и AS равно KH .

Пусть KH пересекает прямую MN в точке L . Прямая KH перпендикулярна плоскости ADS и перпендикулярна параллельной ей плоскости α . Прямая BC параллельна плоскости ADS и параллельна плоскости α . Тогда расстояние от прямой BC до плоскости α равно KL . Из подобия треугольников KPH и KNL следует, что $KL : KH = KN : KP = 6 : 7$.

б) Найдём высоту SP треугольника ADS : $SP = \frac{14\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$.

Из треугольника SOP по теореме Пифагора находим, что $SO = \sqrt{SP^2 - PO^2} = 7\sqrt{2}$.

Найдём высоту KH треугольника SPK : $KH = \frac{SO \cdot PK}{SP} = \frac{7\sqrt{2} \cdot 14}{7\sqrt{3}} = \frac{14\sqrt{6}}{3}$.

Следовательно, $KL = \frac{6}{7}KH = \frac{6 \cdot 14\sqrt{6}}{7 \cdot 3} = 4\sqrt{6}$.

Ответ: б) $4\sqrt{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

14 Решите неравенство $80^x - 3 \cdot 20^x - 60^x + 3 \cdot 15^x \geq 0$.

Решение.

Разложим левую часть неравенства на множители:

$$5^x(4^x - 3)(4^x - 3^x) \geq 0.$$

Учитывая, что $5^x > 0$ при всех x , получаем:

$$\begin{cases} 4^x - 3 \geq 0, \\ 4^x - 3^x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 4^x - 3 \leq 0, \\ 4^x - 3^x \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \log_4 3, \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \leq \log_4 3, \\ x \leq 0, \end{cases}$$

откуда $x \leq 0$, $x \geq \log_4 3$.

Ответ: $x \leq 0$, $x \geq \log_4 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек $\log_4 3$ и/или 0. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждый платёж будет меньше 3,5 млн рублей.

Решение.

В январе 2024 года долг будет составлять $1,14S$ млн рублей, а в июле 2024 года — $0,7S$ млн рублей. Значит, платёж в 2024 году составит $0,44S$ млн рублей.

В январе 2025 года долг будет составлять $1,14 \cdot 0,7S = 0,798S$ млн рублей, а в июле 2025 года — $0,3S$ млн рублей. Значит, платёж в 2025 году составит $0,498S$ млн рублей.

В январе 2026 года долг перед банком составит $1,14 \cdot 0,3S = 0,342S$ млн рублей, а в июле — 0 рублей. Значит, платёж в 2026 году составит $0,342S$ млн рублей.

Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} 0,44S < 3,5, \\ 0,498S < 3,5, \\ 0,342S < 3,5, \end{cases} \quad \text{следовательно, } S < \frac{1750}{249} = 7\frac{7}{249}.$$

Наибольшее целое решение этой системы неравенств — 7.

Ответ: 7 млн рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

16 Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Касательная к окружности пересекает стороны AC и BC в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что сумма углов AOD и BOE равна 180° .

б) Найдите DE , если $AC = BC$, радиус окружности равен 3,

$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right) = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, а разность углов AOD и BOE равна 60° .

Решение.

а) Центр окружности, вписанной в угол, лежит на биссектрисе этого угла, поэтому AO и BO — биссектрисы углов A и B треугольника ABC , а DO и EO — биссектрисы внешних углов при вершинах D и E треугольника DEC .

Тогда $\angle AOD = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle ADE - \frac{1}{2}\angle BAD$ и

$\angle BOE = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle BED - \frac{1}{2}\angle ABE$, следовательно,

$$\angle AOD + \angle BOE = 360^\circ - \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ.$$

б) Пусть вписанная окружность радиусом 3 касается боковых сторон AC и BC в точках M и N соответственно, а отрезка DE — в точке K .

По свойству отрезков касательных, проведённых из одной точки, $DK = DM$ и $KE = EN$, откуда следует, что $DE = DK + KE = DM + EN$.

Из условия $\angle AOD - \angle BOE = 60^\circ$ и доказанного равенства в пункте а) $\angle AOD + \angle BOE = 180^\circ$ получаем: $\angle AOD = 120^\circ$ и $\angle BOE = 60^\circ$.

Поскольку $AC = BC$, углы OAD и OBE равны как половины углов при основании равнобедренного треугольника ABC .

Обозначим $\angle OAD = \angle OBE = \alpha$, тогда $\angle DOM = 120^\circ - (90^\circ - \alpha) = 30^\circ + \alpha$ и $\angle EON = 60^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha - 30^\circ$.

В прямоугольном треугольнике DOM известно, что $OM = 3$, следовательно,

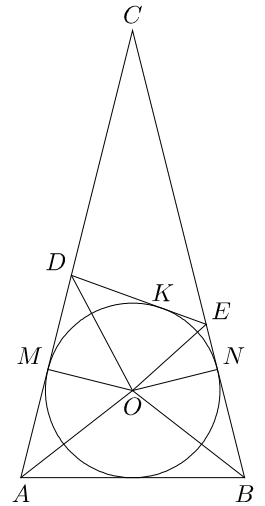
$$DM = 3 \cdot \operatorname{tg}(30^\circ + \alpha) = 3 \cdot \frac{\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} \alpha} = 3 \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{5}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{5}} = \frac{11\sqrt{3}}{3}.$$

Аналогично в прямоугольном треугольнике EON

$$EN = 3 \cdot \operatorname{tg}(\alpha - 30^\circ) = 3 \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 30^\circ} = 3 \cdot \frac{\frac{2\sqrt{3}}{5} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{7}.$$

Получаем $DE = DM + EN = \frac{11\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{7} = \frac{80\sqrt{3}}{21}$.

Ответ: б) $\frac{80\sqrt{3}}{21}$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b . ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a . ИЛИ При обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 17 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $y = \frac{15a + 120x - 8ax}{16x^2 + 8ax + a^2 + 60}$ содержит отрезок $[0; 1]$.

Решение.

Запишем функцию в виде $y = f(x) = \frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60}$. Её областью

определения является вся числовая прямая, поскольку знаменатель не обращается в ноль. Данная функция непрерывна на всей числовой прямой.

При x стремящемся к $+\infty$ или $-\infty$ значение функции

$f(x) = \frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60}$ стремится к 0. Учитывая поведение функции на $+\infty$

и $-\infty$ и наличие двух критических точек — точки минимума и точки максимума, следует, что множеством значений функции является отрезок. Тогда, для того чтобы множество значений функции содержало отрезок $[0; 1]$, оно должно содержать точки 0 и 1. Таким образом, условие задачи выполнено для тех и только тех значений a , для которых имеют решения

$$\text{уравнения } f(x) = \frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60} = 0 \text{ и } f(x) = \frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60} = 1.$$

Первое уравнение:

$$\frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60} = 0; \quad 8(a - 15)x = 15a, \quad x = \frac{15a}{8(a - 15)}.$$

Уравнение имеет решение при любом $a \neq 15$.

Второе уравнение:

$$\frac{15a + 8(15 - a)x}{(4x + a)^2 + 60} = 1; \quad 16x^2 + 8(2a - 15)x + a^2 - 15a + 60 = 0.$$

Уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

$$D = 64(2a - 15)^2 - 64(a^2 - 15a + 60) \geq 0;$$

$$64(4a^2 - 60a + 225 - a^2 + 15a - 60) \geq 0;$$

$$192(a^2 - 15a + 55) \geq 0;$$

$$\left(a - \frac{15 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(a - \frac{15 - \sqrt{5}}{2}\right) \geq 0.$$

Решением этого неравенства являются множества $\left(-\infty; \frac{15 - \sqrt{5}}{2}\right]$ и

$\left[\frac{15 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$. Следовательно, условию задачи удовлетворяют значения

$$a \in \left(-\infty; \frac{15 - \sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{15 + \sqrt{5}}{2}; 15\right) \cup (15; +\infty).$$

Ответ: $\left(-\infty; \frac{15 - \sqrt{5}}{2}\right], \left[\frac{15 + \sqrt{5}}{2}; 15\right), (15; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только исключением точек $\frac{15 - \sqrt{5}}{2}$ и/или $\frac{15 + \sqrt{5}}{2}$	3
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точки 15. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию множества значений функции	1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>

- 18** а) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 12 раз больше суммы цифр этого числа?
 б) Существует ли четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 294 раза больше суммы цифр этого числа?
 в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 49 раз больше суммы цифр этого числа.

Решение.

а) Произведение цифр числа 3354 равно 180, а сумма цифр равна 15, то есть в 12 раз меньше произведения.

б) Предположим, что такое число $n = \overline{abcd}$ существует. Очевидно, что среди цифр его десятичной записи не может быть нулей.

Имеем $a \cdot b \cdot c \cdot d = 294(a + b + c + d)$. Правая часть этого равенства делится на 49, поэтому среди цифр найдутся две цифры 7. Так как при перестановке местами цифр числа n равенство $a \cdot b \cdot c \cdot d = 294(a + b + c + d)$ остаётся верным, будем считать, что $c = 7$ и $d = 7$.

Тогда $a \cdot b = 6(a + b + 14) \geq 6 \cdot 16 > 9 \cdot 9 \geq a \cdot b$. Получаем противоречие.

в) Пусть $n = \overline{abcd}$ — такое число. Заметим, что среди его цифр не может быть нулей. Имеем $a \cdot b \cdot c \cdot d = 49(a + b + c + d)$. Правая часть этого равенства делится на 49, поэтому среди цифр найдутся две цифры 7. Будем считать, что $c = 7$ и $d = 7$.

Тогда $a \cdot b = a + b + 14$. Если a и b оба нечётные, то $a + b + 14$ чётно, а $a \cdot b$ нечётно, противоречие. Следовательно, одна из этих цифр чётная, а значит, чётно и произведение $a \cdot b$. Тогда вторая цифра тоже будет чётной.

Если $b = 2$, то $2a = a + 16$; $a = 16$, что невозможно.

Если $b = 4$, то $4a = a + 18$; $a = 6$. Число 6477 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр, удовлетворяют условию задачи.

Если $b = 6$, то $6a = a + 20$; $a = 4$. Число 4677 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр, удовлетворяют условию задачи.

Если $b = 8$, то $8a = a + 22$; $a = \frac{22}{7}$, что невозможно.

Ответ: а) да; б) нет; в) 6477 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр (всего 12 чисел).

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах a , b и $в$	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте $в$, и обоснованно получен верный ответ в пункте a или b	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах a и b . ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте $в$	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a или b	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>