Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
27 апреля 2023 года
Вариант МА2210509
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО____ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

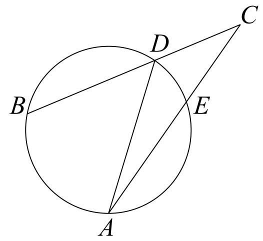
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

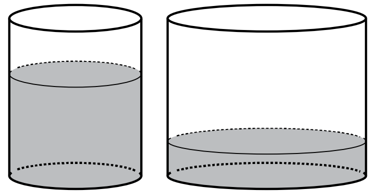
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно $118°$ и $38°$. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

2 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 6 раз больше диаметра первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: ___________________________.

3 В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 8 из них встречается вопрос по теме «Электростатика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Электростатика».

Ответ: ___________________________.

4 Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно три мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно две мишени»?

Ответ: ___________________________.

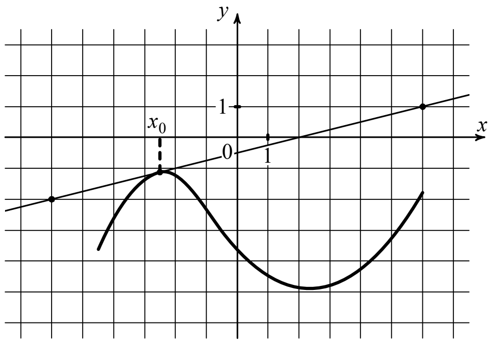
5 Решите уравнение $x^2-2x-35=0$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: ___________________________.

6 Найдите значение выражения $\log_{25}5+\log_{0,25}128$.

Ответ: ___________________________.

7 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

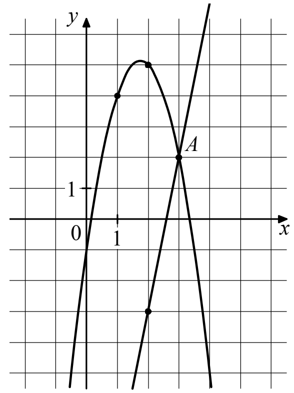
8 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=3$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 8 % от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

Ответ: ___________________________.

9 Расстояние между городами A и B равно 420 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 80 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

Ответ: ___________________________.

10 На рисунке изображены графики функций $f(x)=5x-13$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции $y=\frac{4}{3}x\sqrt{x}-12x+95$ на отрезке $[34;42]$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\dfrac{3\operatorname{ctg}^2 x-1}{2\cos x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина ребра основания равна 4, а длина бокового ребра равна 2.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α, проходящей через середину ребра AB перпендикулярно отрезку, соединяющему середины рёбер BC и A_1B_1, делит ребро AC в отношении $1:3$, считая от вершины A.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α.

14 Решите неравенство $5^x \cdot 4^{\frac{1}{x}} < 50$.

15 15 января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца нужно внести один платёж для погашения долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что седьмой платёж равен 64 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей, которые будут выплачены банку в течение всего срока кредитования.

16 В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN. Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Пусть P — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC=3:7$, $BN=6$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5^x-a}+\frac{a-2}{\sqrt{5^x-a}}=1$$

имеет ровно два различных корня.

18 Каждый из группы учащихся сходил в зоопарк или в музей, при этом возможно, что кто-то из них сходил и в зоопарк, и в музей. Известно, что в музее мальчиков было не более $\dfrac{5}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших музей, а в зоопарке мальчиков было не более $\dfrac{1}{4}$ от общего числа учащихся группы, посетивших зоопарк.

а) Могло ли быть в группе 12 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2210509-2210512 (профильный уровень) от 27.04.2023

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2210509	40	5	0,2	5,25	- 5	- 3	0,25	34,5	240	- 2	- 49
2210510	44	6	0,7	4,8	- 4	- 4	0,5	97	180	3	- 2
2210511	100	390	0,2	0,375	- 3	- 1	- 1,75	440	64	39	269
2210512	128	336	0,1	0,375	- 5	- 1	- 1,25	650	51	41	236

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

12

а) Решите уравнение $\frac{3\operatorname{ctg}^2 x-1}{2\cos x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

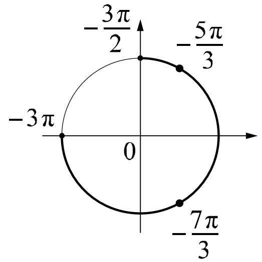
Решение.

а) Перейдём к системе:

$\begin{cases}\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{3},\\ \cos x\neq-\frac{1}{2},\end{cases}$ откуда следует, что $\operatorname{ctg} x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ или $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ при условии $\cos x\neq-\frac{1}{2}$.

Получаем $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbf{Z}$, или $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$.

б) Отберём корни на отрезке $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$ с помощью единичной окружности.



Получим числа $-\frac{7\pi}{3}$; $-\frac{5\pi}{3}$.

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbf{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}$; $-\frac{5\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина ребра основания равна 4, а длина бокового ребра равна 2.

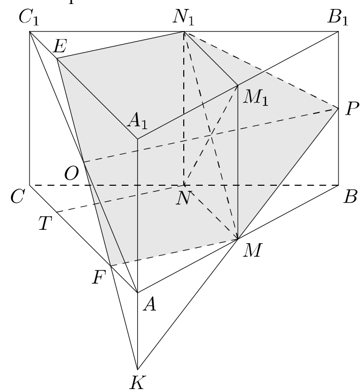
а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α, проходящей через середину ребра AB перпендикулярно отрезку, соединяющему середины рёбер BC и A_1B_1, делит ребро AC в отношении $1:3$, считая от вершины A.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α.

Решение.

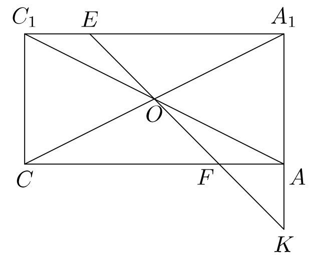
а) Пусть точки M, N, M_1 и N_1 — середины рёбер AB, BC, A_1B_1 и B_1C_1. Четырёхугольник MNN_1M_1 является квадратом, поэтому его диагонали MN_1 и NM_1 перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.

Пусть точка P — середина BB_1, а точка O — центр грани ACC_1A_1. Прямая OP перпендикулярна плоскости MNN_1, поэтому прямая OP перпендикулярна прямой M_1N.



Прямая NM_1 перпендикулярна прямым MN_1 и OP, поэтому плоскость α проходит через пересекающиеся прямые MN_1 и OP.

Пусть прямые PM и AA_1 пересекаются в точке K, а прямая OK пересекает рёбра AC и A_1C_1 в точках F и E соответственно. Пятиугольник EN_1PMF — сечение призмы плоскостью α.



Из равенства треугольников PBM и KAM следует, что $AK = PB$, поэтому $A_1K = 2+1 = 3$. Из подобия треугольников EA_1K и FAK следует, что $\frac{EA_1}{FA} = \frac{A_1K}{AK} = \frac{3}{1}$, а $C_1E = FA$, значит, $CF = EA_1$ и $CF : FA = 3:1$.

б) Плоскости ABC и α пересекаются по прямой FM. Прямая M_1N перпендикулярна плоскости α, следовательно, плоскости MNN_1M_1 и α перпендикулярны. Значит, угол N_1MN — это линейный угол двугранного угла между плоскостями ABC и α, $\angle N_1MN = 45°$. Пятиугольник $TFMBN$ является ортогональной проекцией пятиугольника EN_1PMF на плоскость ABC. Имеем

$$S_{CNT} = S_{C_1N_1E} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}S_{ABC}, \text{ и аналогично } S_{FMA} = \frac{1}{8}S_{ABC}.$$

Значит, $S_{TFMBN} = \frac{3}{4}S_{ABC} = 3\sqrt{3}$ и $S_{EN_1PMF} = 3\sqrt{3} : \cos 45° = 3\sqrt{6}$.

Ответ: б) $3\sqrt{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

14 Решите неравенство $5^x \cdot 4^{\frac{1}{x}} < 50$.

Решение.

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 5:

$$x + \frac{1}{x}\log_5 4 < \log_5 50;\quad \frac{x^2 - x\log_5 50 + \log_5 4}{x} < 0;$$

$$\frac{x^2 - (2+\log_5 2)x + 2\log_5 2}{x} < 0;\quad \frac{(x-2)(x-\log_5 2)}{x} < 0,$$

откуда $x < 0$ или $\log_5 2 < x < 2$.

Ответ: $(-\infty;0)$; $(\log_5 2;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точек $\log_5 2$ и/или 2. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

15 15 января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца нужно внести один платёж для погашения долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что седьмой платёж равен 64 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей, которые будут выплачены банку в течение всего срока кредитования.

Решение.

Пусть сумма кредита равна S. По условию долг перед банком по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$S;\ \frac{12S}{13};\ldots;\frac{2S}{13};\ \frac{S}{13};\ 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 4 %, значит, последовательность размеров долга по состоянию на 1-е число такова:

$$1{,}04S;\ 1{,}04\cdot\frac{12S}{13};\ldots;1{,}04\cdot\frac{2S}{13};\ 1{,}04\cdot\frac{S}{13}.$$

Таким образом, платежи должны быть следующими:

$$0{,}04S + \frac{S}{13};\ \frac{12\cdot 0{,}04S + S}{13};\ldots;\frac{2\cdot 0{,}04S+S}{13};\ \frac{0{,}04S+S}{13}.$$

Седьмой платёж составит $\frac{7\cdot 0{,}04\cdot S + S}{13} = \frac{1{,}28S}{13}$.

Сумма всех платежей равна:

$$S+S\cdot 0{,}04\left(1+\frac{12}{13}+\ldots+\frac{2}{13}+\frac{1}{13}\right)=S\left(1+\frac{14\cdot 0{,}04}{2}\right)=1{,}28S.$$

Значит, банку будет выплачено $64\,000\cdot 13=832\,000$ рублей.

Ответ: 832 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

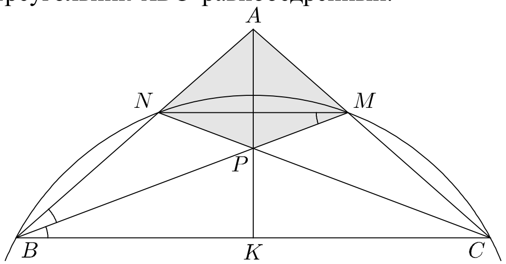
16 В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN. Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Пусть P — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC=3:7$, $BN=6$.

<u>Решение.</u>

а) Вписанные углы MBN и MCN опираются на одну и ту же дугу MN окружности, значит, эти углы равны. Поскольку BM и CN — биссектрисы углов ABC и BCA, получаем, что $\angle ABC=2\angle MBN=2\angle MCN=\angle BCA$, и, следовательно, треугольник ABC равнобедренный.



б) Пусть прямая AP пересекает сторону BC в точке K. Тогда AK — высота и медиана равнобедренного треугольника ABC. По свойству биссектрисы треугольника $AM:MC=AB:BC=AC:BC=AN:NB$. Значит, по обратной теореме Фалеса прямые MN и BC параллельны. Тогда $\angle BMN=\angle CBM=\angle MBN$ и треугольник BMN равнобедренный, $BN=MN$.

По условию $MN:BC=3:7$. Пусть $BN=MN=3a$, $BC=7a$ (где $a=\frac{6}{3}=2$).

Поскольку $AN:NB=AB:BC$, получаем, что $\frac{AN}{3a}=\frac{AN+3a}{7a}$, следовательно, $AN=\frac{9}{4}a$ и $AB=3a+\frac{9}{4}a=\frac{21}{4}a$.

Из прямоугольного треугольника ABK находим

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=\sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2-\left(\frac{7a}{2}\right)^2}=\frac{7}{2}a\sqrt{\frac{9}{4}-1}=\frac{7}{4}\sqrt{5}a.$$

Отрезок BP — биссектриса треугольника ABK, значит,

$$AP:PK=AB:BK=\frac{21}{4}:\frac{7}{2}=3:2\text{, следовательно, } AP=\frac{3}{5}AK=\frac{21}{20}\sqrt{5}a.$$

Прямая AK перпендикулярна прямой BC, прямая BC параллельна прямой MN, значит, прямая AP перпендикулярна прямой MN. Тогда $S_{AMPN}=\frac{1}{2}MN\cdot AP=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot\frac{21}{20}\cdot\sqrt{5}\cdot 2=\frac{63\sqrt{5}}{10}$.

Ответ: б) $\frac{63\sqrt{5}}{10}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5^x-a}+\frac{a-2}{\sqrt{5^x-a}}=1$$

имеет ровно два различных корня.

Решение.

Исходное уравнение имеет ровно два различных корня тогда и только тогда, когда уравнение

$$\sqrt{t-a}+\frac{a-2}{\sqrt{t-a}}=1$$

имеет ровно два различных положительных корня.

При $t \le a$ левая часть уравнения не определена, а при $t > a$ уравнение принимает вид $t-2=\sqrt{t-a}$. При $t<2$ левая часть полученного уравнения отрицательна, а правая неотрицательна, поэтому полученное уравнение не имеет корней, меньших 2.

При $t>a$ и $t \ge 2$ получаем: $t^2-4t+4=t-a$; $t^2-5t+(a+4)=0$.

Дискриминант полученного квадратного уравнения равен

$$25-4(a+4)=9-4a.$$

Значит, уравнение имеет ровно два корня при $a<\frac{9}{4}$.

При каждом из значений $a<\frac{9}{4}$ графиком функции $f(t)=t^2-5t+(a+4)$ является парабола с ветвями, направленными вверх, и вершиной в точке $\left(\frac{5}{2}; a-\frac{9}{4}\right)$.

Пусть t_0 — меньший корень уравнения $f(t)=0$. Поскольку $2<\frac{5}{2}$ и $a<\frac{9}{4}<\frac{5}{2}$, неравенства $t_0 \ge 2$ и $t_0>a$ выполняются тогда и только тогда, когда $f(2)\ge 0$ и $f(a)>0$. Получаем: $a-2\ge 0$ и $a^2-4a+4>0$, следовательно, $a>2$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два различных корня при

$$2<a<\frac{9}{4}.$$

Ответ: $2<a<\frac{9}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением точки $a=2,25$	3
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением двух точек $a=2$, $a=2,25$. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача сведена к исследованию корней уравнения $t^2-5t+(a+4)=0$ при условиях $t>a$ и $t\ge 2$ для всех значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

18 Каждый из группы учащихся сходил в зоопарк или в музей, при этом возможно, что кто-то из них сходил и в зоопарк, и в музей. Известно, что в музее мальчиков было не более $\frac{5}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших музей, а в зоопарке мальчиков было не более $\frac{1}{4}$ от общего числа учащихся группы, посетивших зоопарк.

а) Могло ли быть в группе 12 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 25 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

Решение.

а) Если группа состоит из 8 мальчиков, посетивших только музей, 4 мальчиков, посетивших только зоопарк, и 13 девочек, сходивших и в музей, и в зоопарк, то условие задачи выполнено. Значит, в группе из 25 учащихся могло быть 12 мальчиков.

б) Предположим, что мальчиков было 13 или больше. Тогда девочек было 12 или меньше. Музей посетило не более 7 мальчиков, поскольку если бы их было 8 или больше, то доля мальчиков в музее была бы не меньше $\frac{8}{8+12}=\frac{2}{5}$, что больше $\frac{5}{13}$. Аналогично зоопарк посетило не более 4 мальчиков,

поскольку $\frac{5}{5+12}=\frac{5}{17}>\frac{1}{4}$, но тогда хотя бы два мальчика не посетили ни музей, ни зоопарк, что противоречит условию.
В предыдущем пункте было показано, что в группе из 25 учащихся могло быть 12 мальчиков. Значит, наибольшее количество мальчиков в группе — 12.
в) Предположим, что некоторый мальчик сходил и в музей, и в зоопарк. Если бы вместо него в группе присутствовало два мальчика, один из которых посетил только музей, а другой — только зоопарк, то доля мальчиков и в музее, и в зоопарке осталась бы прежней, а общая доля девочек стала бы меньше. Значит, для оценки наименьшей доли девочек в группе можно считать, что каждый мальчик сходил или только в музей, или только в зоопарк.
Пусть в группе m_1 мальчиков, посетивших музей, m_2 мальчиков, посетивших зоопарк, и d девочек. Оценим долю девочек в этой группе. Будем считать, что все девочки ходили и в музей, и в зоопарк, поскольку их доля в группе от этого не изменится, а доля в музее и в зоопарке не уменьшится.
По условию $\frac{m_1}{m_1+d}\le\frac{5}{13}$, $\frac{m_2}{m_2+d}\le\frac{1}{4}$, значит, $\frac{m_1}{d}\le\frac{5}{8}$, $\frac{m_2}{d}\le\frac{1}{3}$. Тогда $\frac{m_1+m_2}{d}\le\frac{23}{24}$, поэтому для доли девочек в группе выполняется оценка

$$\frac{d}{m_1+m_2+d}=\frac{1}{\frac{m_1+m_2}{d}+1}\ge\frac{1}{\frac{23}{24}+1}=\frac{24}{47}.$$

Если группа состоит из 15 мальчиков, посетивших только музей, 8 мальчиков, посетивших только зоопарк, и 24 девочек, сходивших и в музей, и в зоопарк, то условие задачи выполнено, а доля девочек в группе равна $\frac{24}{47}$.

Ответ: а) да; б) 12; в) $\frac{24}{47}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*