Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
27 апреля 2023 года
Вариант МА2210512
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_________________________________ класс _______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

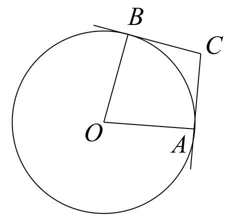
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Часть 1

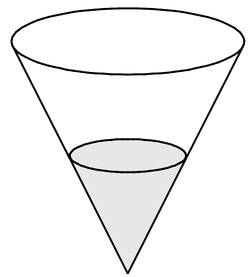
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC. Меньшая дуга AB равна $52°$. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

2 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объём жидкости равен 48 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: ___________________________.

3 На олимпиаде по русскому языку 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 180 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: ___________________________.

4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Сапфир» выиграет жребий ровно два раза.

Ответ: ___________________________.

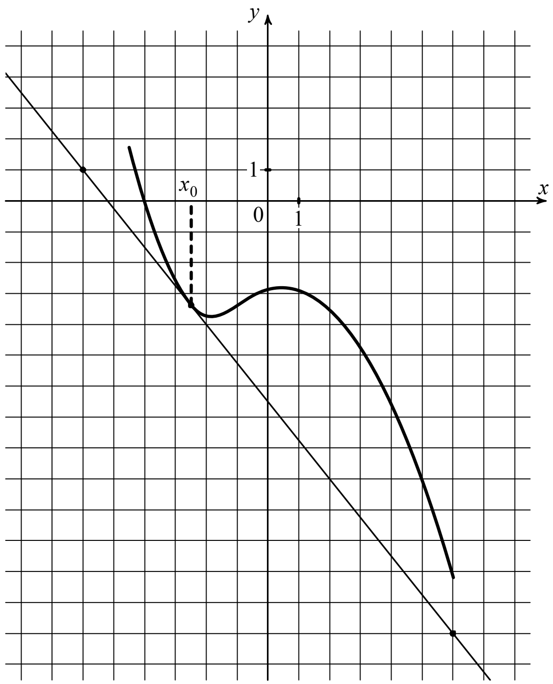
5 Решите уравнение $\frac{8}{x^2-17}=1$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: ___________________________.

6 Найдите значение выражения $\log_{0,65}20-\log_{0,65}13$.

Ответ: ___________________________.

7 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

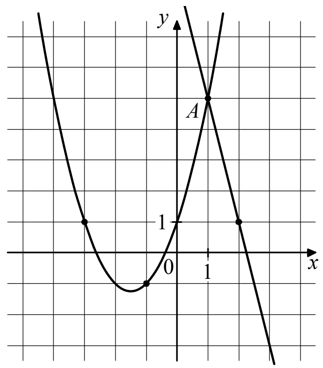
8 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}\cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет равна 50 %, если температура холодильника $T_2=325$ К? Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: ___________________________.

9 Автомобиль выехал с постоянной скоростью 64 км/ч из города A в город B, расстояние между которыми равно 192 км. Одновременно с ним из города C в город B, расстояние между которыми равно 136 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 20 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город B одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

10 На рисунке изображены графики функций $f(x)=-4x+9$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ___________________________.

11 Найдите наибольшее значение функции $y=20+18x-2x\sqrt{x}$ на отрезке $[34;42]$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\frac{3\operatorname{tg}^2 x-1}{2\sin x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

13 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина ребра основания равна 10, а длина бокового ребра равна 5.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α, проходящей через середину ребра AB перпендикулярно отрезку, соединяющему середины рёбер BC и A_1B_1, делит ребро AC в отношении $1:3$, считая от вершины A.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α.

14 Решите неравенство $2^x\cdot 25^{\frac{1}{x}}>20$.

15 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца нужно внести один платёж для погашения долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что восьмой платёж равен 74,4 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей, которые будут выплачены банку в течение всего срока кредитования.

16 В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN. Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Пусть P — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC=3:5$, $BN=12$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2^x-a}+\frac{a-5}{\sqrt{2^x-a}}=1$$

имеет ровно два различных корня.

18 Каждый из группы учащихся сходил в зоопарк или в музей, при этом возможно, что кто-то из них сходил и в зоопарк, и в музей. Известно, что в музее мальчиков было не более $\frac{5}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших музей, а в зоопарке мальчиков было не более $\frac{1}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших зоопарк.

а) Могло ли быть в группе 15 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 30 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 30 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2210509-2210512 (профильный уровень) от 27.04.2023

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2210509	40	5	0,2	5,25	- 5	- 3	0,25	34,5	240	- 2	- 49
2210510	44	6	0,7	4,8	- 4	- 4	0,5	97	180	3	- 2
2210511	100	390	0,2	0,375	- 3	- 1	- 1,75	440	64	39	269
2210512	128	336	0,1	0,375	- 5	- 1	- 1,25	650	51	41	236

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

12

а) Решите уравнение $\dfrac{3\operatorname{tg}^2 x-1}{2\sin x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

<u>Решение.</u>

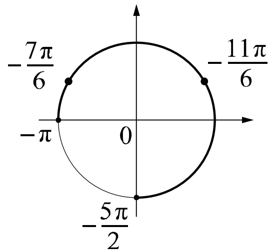
а) Перейдём к системе:

$\begin{cases}\operatorname{tg}^2 x=\dfrac{1}{3},\\ \sin x\ne-\dfrac{1}{2},\end{cases}$ откуда следует, что $\operatorname{tg}x=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ или $\operatorname{tg}x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ при условии $\sin x\ne-\dfrac{1}{2}$.

Получаем $x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbf{Z}$, или $x=\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$.

б) Отберём корни на отрезке $\left[-\dfrac{5\pi}{2};-\pi\right]$ с помощью единичной окружности.

Получим числа $-\dfrac{11\pi}{6}$; $-\dfrac{7\pi}{6}$.



Ответ: а) $\dfrac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbf{Z}$; $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$; б) $-\dfrac{11\pi}{6}$; $-\dfrac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина ребра основания равна 10, а длина бокового ребра равна 5.

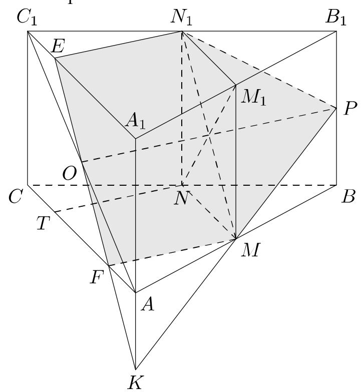
а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α, проходящей через середину ребра AB перпендикулярно отрезку, соединяющему середины рёбер BC и A_1B_1, делит ребро AC в отношении $1:3$, считая от вершины A.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α.

<u>Решение.</u>

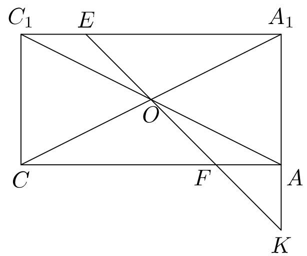
а) Пусть точки M, N, M_1 и N_1 — середины рёбер AB, BC, A_1B_1 и B_1C_1. Четырёхугольник MNN_1M_1 является квадратом, поэтому его диагонали MN_1 и NM_1 перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.

Пусть точка P — середина BB_1, а точка O — центр грани ACC_1A_1. Прямая OP перпендикулярна плоскости MNN_1, поэтому прямая OP перпендикулярна прямой M_1N.



Прямая NM_1 перпендикулярна прямым MN_1 и OP, поэтому плоскость α проходит через пересекающиеся прямые MN_1 и OP.

Пусть прямые PM и AA_1 пересекаются в точке K, а прямая OK пересекает рёбра AC и A_1C_1 в точках F и E соответственно. Пятиугольник EN_1PMF — сечение призмы плоскостью α.



Из равенства треугольников PBM и KAM следует, что $AK = PB$, поэтому $A_1K = 5 + 2{,}5 = 7{,}5$. Из подобия треугольников EA_1K и FAK следует, что $\frac{EA_1}{FA} = \frac{A_1K}{AK} = \frac{3}{1}$, а $C_1E = FA$, значит, $CF = EA_1$ и $CF : FA = 3:1$.

б) Плоскости ABC и α пересекаются по прямой FM. Прямая M_1N перпендикулярна плоскости α, следовательно, плоскости MNN_1M_1 и α перпендикулярны. Значит, угол N_1MN — это линейный угол двугранного угла между плоскостями ABC и α, $\angle N_1MN = 45°$. Пятиугольник $TFMBN$ является ортогональной проекцией пятиугольника EN_1PMF на плоскость ABC. Имеем

$$S_{CNT} = S_{C_1N_1E} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}S_{ABC}, \text{ и аналогично } S_{FMA} = \frac{1}{8}S_{ABC}.$$

Значит, $S_{TFMBN} = \frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$ и $S_{EN_1PMF} = \frac{75\sqrt{3}}{4} : \cos 45° = \frac{75\sqrt{6}}{4}$.

Ответ: б) $\frac{75\sqrt{6}}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

14 Решите неравенство $2^x \cdot 25^{\frac{1}{x}} > 20$.

Решение.

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 2:

$$x + \frac{1}{x}\log_2 25 > \log_2 20; \quad \frac{x^2 - x\log_2 20 + \log_2 25}{x} > 0;$$

$$\frac{x^2 - (2 + \log_2 5)x + 2\log_2 5}{x} > 0; \quad \frac{(x-2)(x - \log_2 5)}{x} > 0,$$

откуда $0 < x < 2$ или $x > \log_2 5$.

Ответ: $(0;2)$; $(\log_2 5; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точек 2 и/или $\log_2 5$. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

15 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца нужно внести один платёж для погашения долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что восьмой платёж равен 74,4 тыс. рублей. Найдите сумму всех платежей, которые будут выплачены банку в течение всего срока кредитования.

Решение.

Пусть сумма кредита равна S. По условию долг перед банком по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля равномерно:

$$S;\ \frac{14S}{15};\ldots;\frac{2S}{15};\ \frac{S}{15};\ 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 3 %, значит, последовательность размеров долга по состоянию на 1-е число такова:

$$1{,}03S;\ 1{,}03\cdot\frac{14S}{15};\ldots;1{,}03\cdot\frac{2S}{15};\ 1{,}03\cdot\frac{S}{15}.$$

Таким образом, платежи должны быть следующими:

$$0{,}03S + \frac{S}{15};\ \frac{14\cdot 0{,}03S + S}{15};\ldots;\frac{2\cdot 0{,}03S + S}{15};\ \frac{0{,}03S + S}{15}.$$

Восьмой платёж составит $\dfrac{8\cdot 0{,}03\cdot S+S}{15}=\dfrac{1{,}24S}{15}$.

Сумма всех платежей равна:

$$S+S\cdot 0{,}03\left(1+\frac{14}{15}+\ldots+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}\right)=S\left(1+\frac{16\cdot 0{,}03}{2}\right)=1{,}24S.$$

Значит, банку будет выплачено $74\,400\cdot 15=1\,116\,000$ рублей.

Ответ: 1 116 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

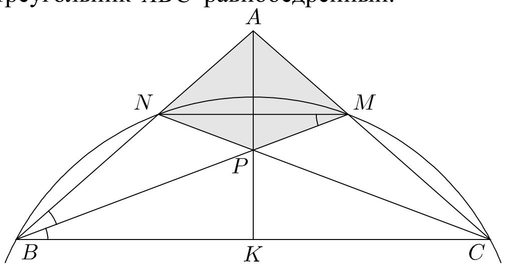
16 В треугольнике ABC проведены биссектрисы BM и CN. Оказалось, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Пусть P — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Найдите площадь четырёхугольника $AMPN$, если $MN:BC=3:5$, $BN=12$.

Решение.

а) Вписанные углы MBN и MCN опираются на одну и ту же дугу MN окружности, значит, эти углы равны. Поскольку BM и CN — биссектрисы углов ABC и BCA, получаем, что $\angle ABC=2\angle MBN=2\angle MCN=\angle BCA$, и, следовательно, треугольник ABC равнобедренный.



б) Пусть прямая AP пересекает сторону BC в точке K. Тогда AK — высота и медиана равнобедренного треугольника ABC. По свойству биссектрисы треугольника $AM:MC=AB:BC=AC:BC=AN:NB$. Значит, по обратной теореме Фалеса прямые MN и BC параллельны. Тогда $\angle BMN=\angle CBM=\angle MBN$ и треугольник BMN равнобедренный, $BN=MN$.

По условию $MN:BC=3:5$. Пусть $BN=MN=3a$, $BC=5a$ (где $a=\dfrac{12}{3}=4$).

Поскольку $AN:NB=AB:BC$, получаем, что $\dfrac{AN}{3a}=\dfrac{AN+3a}{5a}$, следовательно, $AN=\dfrac{9}{2}a$ и $AB=3a+\dfrac{9}{2}a=\dfrac{15}{2}a$.

Из прямоугольного треугольника ABK находим

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=\sqrt{\frac{225}{4}a^2-\frac{25}{4}a^2}=a\sqrt{\frac{200}{4}}=5\sqrt{2}a.$$

Отрезок BP — биссектриса треугольника ABK, значит,

$$AP:PK=AB:BK=\frac{15}{2}:\frac{5}{2}=3:1,\text{ следовательно, } AP=\frac{3}{4}AK=\frac{15}{4}\sqrt{2}a.$$

Прямая AK перпендикулярна прямой BC, прямая BC параллельна прямой MN, значит, прямая AP перпендикулярна прямой MN. Тогда $S_{AMPN}=\dfrac{1}{2}MN\cdot AP=\dfrac{1}{2}\cdot 12\cdot\dfrac{15}{4}\sqrt{2}\cdot 4=90\sqrt{2}$.

Ответ: б) $90\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2^x-a}+\frac{a-5}{\sqrt{2^x-a}}=1$$

имеет ровно два различных корня.

Решение.

Исходное уравнение имеет ровно два различных корня тогда и только тогда, когда уравнение

$$\sqrt{t-a}+\frac{a-5}{\sqrt{t-a}}=1$$

имеет ровно два различных положительных корня.

При $t \le a$ левая часть уравнения не определена, а при $t > a$ уравнение принимает вид $t-5=\sqrt{t-a}$. При $t<5$ левая часть полученного уравнения отрицательна, а правая неотрицательна, поэтому полученное уравнение не имеет корней, меньших 5.

При $t>a$ и $t \ge 5$ получаем: $t^2-10t+25=t-a$; $t^2-11t+(a+25)=0$.

Дискриминант полученного квадратного уравнения равен

$$121-4(a+25)=21-4a.$$

Значит, уравнение имеет ровно два корня при $a<\frac{21}{4}$.

При каждом из значений $a<\frac{21}{4}$ графиком функции $f(t)=t^2-11t+(a+25)$ является парабола с ветвями, направленными вверх, и вершиной в точке $\left(\frac{11}{2}; a-\frac{21}{4}\right)$. Пусть t_0 — меньший корень уравнения $f(t)=0$. Поскольку $5<\frac{11}{2}$ и $a<\frac{21}{4}<\frac{11}{2}$, неравенства $t_0 \ge 5$ и $t_0>a$ выполняются тогда и только тогда, когда $f(5)\ge 0$ и $f(a)>0$. Получаем: $a-5\ge 0$ и $a^2-10a+25>0$, следовательно, $a>5$.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два различных корня при

$$5<a<\frac{21}{4}.$$

Ответ: $5<a<\frac{21}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением точки $a=5{,}25$	3
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением двух точек $a=5$, $a=5{,}25$. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача сведена к исследованию корней уравнения $t^2-11t+(a+25)=0$ при условиях $t>a$ и $t\ge 5$ для всех значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

18 Каждый из группы учащихся сходил в зоопарк или в музей, при этом возможно, что кто-то из них сходил и в зоопарк, и в музей. Известно, что в музее мальчиков было не более $\frac{5}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших музей, а в зоопарке мальчиков было не более $\frac{1}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших зоопарк.

а) Могло ли быть в группе 15 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 30 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 30 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

Решение.

а) Если группа состоит из 12 мальчиков, посетивших только музей, 3 мальчиков, посетивших только зоопарк, и 15 девочек, сходивших и в музей, и в зоопарк, то условие задачи выполнено. Значит, в группе из 30 учащихся могло быть 15 мальчиков.

б) Предположим, что мальчиков было 16 или больше. Тогда девочек было 14 или меньше. Музей посетило не более 11 мальчиков, поскольку если бы их было 12 или больше, то доля мальчиков в музее была бы не меньше $\frac{12}{12+14}=\frac{6}{13}$, что больше $\frac{5}{11}$. Аналогично зоопарк посетило не более

3 мальчиков, поскольку $\frac{4}{4+14}=\frac{2}{9}>\frac{1}{5}$, но тогда хотя бы два мальчика не посетили ни музей, ни зоопарк, что противоречит условию.
В предыдущем пункте было показано, что в группе из 30 учащихся могло быть 15 мальчиков. Значит, наибольшее количество мальчиков в группе — 15.
в) Предположим, что некоторый мальчик сходил и в музей, и в зоопарк. Если бы вместо него в группе присутствовало два мальчика, один из которых посетил только музей, а другой — только зоопарк, то доля мальчиков и в музее, и в зоопарке осталась бы прежней, а общая доля девочек стала бы меньше. Значит, для оценки наименьшей доли девочек в группе можно считать, что каждый мальчик сходил или только в музей, или только в зоопарк.
Пусть в группе m_1 мальчиков, посетивших музей, m_2 мальчиков, посетивших зоопарк, и d девочек. Оценим долю девочек в этой группе. Будем считать, что все девочки ходили и в музей, и в зоопарк, поскольку их доля в группе от этого не изменится, а доля в музее и в зоопарке не уменьшится.
По условию $\frac{m_1}{m_1+d}\le\frac{5}{11}$, $\frac{m_2}{m_2+d}\le\frac{1}{5}$, значит, $\frac{m_1}{d}\le\frac{5}{6}$, $\frac{m_2}{d}\le\frac{1}{4}$. Тогда $\frac{m_1+m_2}{d}\le\frac{13}{12}$, поэтому для доли девочек в группе выполняется оценка

$$\frac{d}{m_1+m_2+d}=\frac{1}{\frac{m_1+m_2}{d}+1}\ge\frac{1}{\frac{13}{12}+1}=\frac{12}{25}.$$

Если группа состоит из 10 мальчиков, посетивших только музей, 3 мальчиков, посетивших только зоопарк, и 12 девочек, сходивших и в музей, и в зоопарк, то условие задачи выполнено, а доля девочек в группе равна $\frac{12}{25}$.

Ответ: а) да; б) 15; в) $\frac{12}{25}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*