

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 декабря 2023 года

Вариант МА2310209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

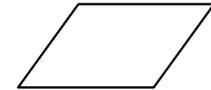
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Сумма двух углов параллелограмма равна  $46^\circ$ . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

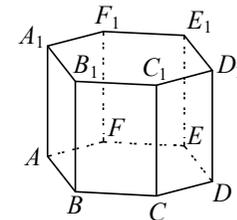


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны  $3\sqrt{5}$  и  $4\sqrt{10}$ , а угол между ними равен  $45^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $B, C, E, F, B_1, C_1, E_1, F_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 10, а боковое ребро равно 12.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, вторая — 70%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло для автомобильной фары окажется бракованным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

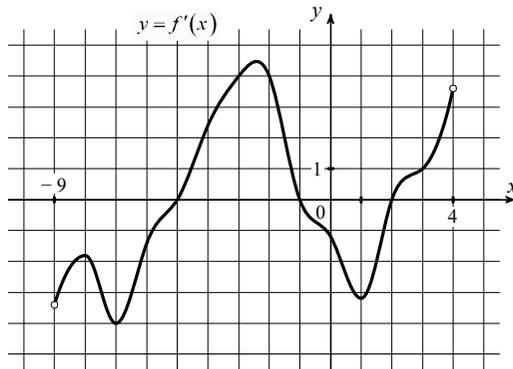
6 Решите уравнение  $\sqrt{7x+18} = x$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{5(m^5)^6 + 13(m^3)^{10}}{(2m^{15})^2}$  при  $m = \frac{5}{13}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 9$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

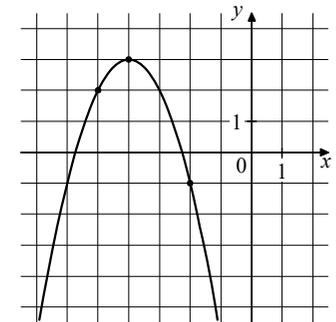
9 Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. рублей за единицу) задаётся формулой  $q = 70 - 2p$ . Выручка предприятия  $r$  (в тыс. рублей за месяц) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 600 тыс. рублей. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 17 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $f(2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 13 \cos x - 17x + 6$  на отрезке  $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $4\sin 2x - 4\sqrt{3}\sin x + 12\cos x - 6\sqrt{3} = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 10, а боковое ребро  $SA$  равно 7. На рёбрах  $AB$  и  $SC$  отмечены точки  $L$  и  $N$  соответственно, причём  $AL:LB = SN:NC = 1:4$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $LN$  и параллельна прямой  $BC$ .  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .  
 б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

- 15 Решите неравенство  $\frac{x^3 - 27}{|x - 3|} - x|x - 3| \geq 0$ .

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:  
 — в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;  
 — в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;  
 — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;  
 — в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;  
 — к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.  
 Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

- 17 Диагонали равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны. Окружность с диаметром  $AD$  пересекает боковую сторону  $CD$  в точке  $M$ , а окружность с диаметром  $CD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $N$ . Отрезки  $AM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $P$ .  
 а) Докажите, что точка  $P$  лежит на диагонали  $BD$  трапеции  $ABCD$ .  
 б) Найдите расстояние от точки  $P$  до боковой стороны  $AB$ , если  $BC = 17$ ,  $AD = 31$ .

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $3a(a-2) - (a-2)(2^{x+2} + 2) \leq (x^2 - 4x)(2^{x+2} + 2) - 3ax^2 + 12ax$  имеет решения на промежутке  $(0; 1]$ .

- 19 Есть четыре коробки: в первой коробке находятся 93 камня, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок, всего три камня, и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.  
 а) Могло ли в первой коробке оказаться 89 камней, во второй — 94, в третьей — 95, а в четвёртой — 4?  
 б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 282 камня?  
 в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

[math100.ru](http://math100.ru)

Ответы на тренировочные варианты 2310209-2310212 (профильный уровень) от  
13.12.2023

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>2310209</b>	157	60	80	0,17	0,043	9	4,5	3	20	3	- 33	19
<b>2310210</b>	139	90	120	0,03	0,031	7	1,5	4	12	2	- 46	14
<b>2310211</b>	105	- 60	35	0,5	0,96	- 9	7	3	3000	18	11	40
<b>2310212</b>	125	- 65	42	0,25	0,84	- 8	5	2	4000	24	34	24