

### Тренировочные упражнения задания №24

1. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 20,  $BD=10$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
2. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 4,5 и 18,  $BD=9$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
3. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 3 и 12,  $BD=6$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
4. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 4 и 64,  $BD=16$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
5. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 45,  $BD=15$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
6. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 6 и 24,  $BD=12$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
7. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 7 и 28,  $BD=14$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
8. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 8 и 32,  $BD=16$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
9. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 9 и 36,  $BD=18$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
10. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 2 и 32,  $BD=8$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.
11. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $BCA$  и  $BDA$  равны. Докажите, что углы  $ABD$  и  $ACD$  также равны.
12. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.
13. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $DAC$  и  $DBC$  равны. Докажите, что углы  $CDB$  и  $CAB$  также равны.
14. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $CDB$  и  $CAB$  равны. Докажите, что углы  $BCA$  и  $BDA$  также равны.
15. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.
16. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $K$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BKC$  и  $AKD$  равна половине площади трапеции.
17. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $F$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BFC$  и  $AFD$  равна половине площади трапеции.
18. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади параллелограмма.
19. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $F$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BFC$  и  $AFD$  равна половине площади параллелограмма.
20. Точка  $E$  — середина боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $ECD$  равна половине площади трапеции.
21. Точка  $K$  — середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $KAB$  равна половине площади трапеции.
22. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.
23. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что углы  $BB_1A_1$  и  $BAA_1$  равны.

24. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $AA_1C_1$  и  $ACC_1$  равны.
25. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $CC_1A_1$  и  $CAA_1$  равны.
26. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $BB_1C_1$  и  $BCC_1$  равны.
27. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что углы  $CC_1B_1$  и  $CBV_1$  равны.
28. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что  $K$  — середина  $BC$ .
29. Биссектрисы углов  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $L$ , лежащей на стороне  $AB$ . Докажите, что  $L$  — середина  $AB$ .
30. Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что  $M$  — середина  $AD$ .
31. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $N$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что  $N$  — середина  $CD$ .
32. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.
33. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.
34. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB_1$  и  $ACB$  подобны.
35. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1BC_1$  и  $ABC$  подобны.
36. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $BAC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $AB_1C_1$  и  $ABC$  подобны.
37. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что отрезки  $BP$  и  $DQ$  равны.
38. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $BC$  и  $AD$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Докажите, что отрезки  $BK$  и  $DM$  равны.
39. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AE$  и  $CF$  равны.
40. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $BC$  и  $AD$  в точках  $L$  и  $N$  соответственно. Докажите, что отрезки  $CL$  и  $AN$  равны.
41. Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .
42. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что точка  $M$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $AD$  и  $CD$ .
43. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $CD$ . Докажите, что точка  $K$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $AD$ .
44. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $IJ$  перпендикулярны.
45. Окружности с центрами в точках  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , причём точки  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону от прямой  $CD$ . Докажите, что прямые  $CD$  и  $EF$  перпендикулярны.
46. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1B_1$  и  $ABB_1$  равны.

47. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.
48. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  пересекаются в точках  $K$  и  $L$ , причём точки  $P$  и  $Q$  лежат по одну сторону от прямой  $KL$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $KL$  перпендикулярны.
49. Окружности с центрами в точках  $M$  и  $N$  пересекаются в точках  $S$  и  $T$ , причём точки  $M$  и  $N$  лежат по одну сторону от прямой  $ST$ . Докажите, что прямые  $MN$  и  $ST$  перпендикулярны.
50. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .
51. Окружности с центрами в точках  $P$  и  $Q$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $a:b$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $a:b$ .
52. Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Точка  $K$  — середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $AK$  — биссектриса угла  $BAD$ .
53. Сторона  $AB$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AD$ . Точка  $L$  — середина стороны  $AB$ . Докажите, что  $DL$  — биссектриса угла  $ADC$ .
54. Сторона  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $CD$ . Точка  $M$  — середина стороны  $AD$ . Докажите, что  $CM$  — биссектриса угла  $B CD$ .
55. Сторона  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AD$ . Точка  $N$  — середина стороны  $CD$ . Докажите, что  $AN$  — биссектриса угла  $BAD$ .
56. Сторона  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $BC$ . Точка  $N$  — середина стороны  $CD$ . Докажите, что  $BN$  — биссектриса угла  $ABC$ .
57. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.
58. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AD$  и  $BC$  четырёхугольника пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что треугольники  $KAB$  и  $KCD$  подобны.
59. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.