**Олимпиада по математике**

**Муниципальный этап 2016–2017 уч. г.**

**7 класс**

**7.1.** В 7а классе по списку 60% девочек. Когда из-за болезни в класс не пришли два мальчика и одна девочка, то девочек присутствовало 62,5%. Сколько в классе по списку девочек и мальчиков?

**7.2.** В трехзначном числе зачеркнули первую цифру и получили двузначное. Если на это двузначное число поделить исходное, то частное будет равно 9, а остаток 8. Найдите исходное число. (Приведите все возможные решения.)

**7.3.** На ребрах куба в некотором порядке расставили числа 1, 2, ..., 12 и для каждой грани подсчитали сумму четырех чисел на ее ребрах. Докажите, что есть грань, для которой эта сумма больше 25.

**7.4**.  Целые числа *m*, *n* удовлетворят равенству . Докажите, что *m* + *n* делится на 20.

**7.5.** Дан прямоугольник, отличный от квадрата, у которого численное значение площади втрое больше периметра. Докажите, что одна из сторон прямоугольника больше 12.

**Олимпиада по математике**

**Муниципальный этап 2016–2017 уч. г.**

**8 класс**

**8.1.** В 8а классе по списку 60% девочек. Когда из-за болезни в класс не пришли два мальчика и одна девочка, то девочек присутствовало 62,5%. Сколько в классе по списку девочек и мальчиков?

**8.2.** На шахматную доску поставили 8 ладей, которые не бьют друг друга. Докажите, что в любом «клетчатом» прямоугольнике размера  (клеток) есть хотя бы одна ладья.

**8.3.** Дан остроугольный треугольник *АВС*. Точка *М* – точка пересечения его высот. Найдите угол *А*, если известно, что *АМ* = *ВС*.

**8.4.** Докажите, что для всех натуральных *n* > 1 число *n*2016 + 4 составное.

**8.5.** Дан прямоугольник, отличный от квадрата, у которого численное значение площади втрое больше периметра. Докажите, что одна из сторон прямоугольника больше 12.

**Олимпиада по математике**

**Муниципальный этап 2016–2017 уч. г.**

**9 класс**

**9.1**. **а)** Дан треугольник, у которого высоты равны 4; 5; 6. Какой это треугольник: остроугольный, прямоугольный или тупоугольный? **б)** Существует ли треугольник, у которого высоты равны 2; 3; 6?

**9.2**. На шахматную доску поставили 8 ладей, которые не бьют друг друга. Докажите, что в любом «клетчатом» прямоугольнике размера  (клеток) есть хотя бы одна ладья.

**9.3**. Дан остроугольный треугольник *АВС*. Точка *М* – точка пересечения его высот. Найдите угол *А*, если известно, что *АМ* = *ВС*.

**9.4**. Докажите, что существует натуральное число, которое делится на 5100 и состоит (в десятичной записи) только из нечетных цифр.

**9.5.** Дан прямоугольник, у которого численное значение площади больше утроенного периметра. Докажите, что его периметр больше 48.

**Олимпиада по математике**

**Муниципальный этап 2016–2017 уч. г.**

**10 класс**

**10.1**. **а)** Дан треугольник, у которого высоты равны 4; 5; 6. Какой это треугольник: остроугольный, прямоугольный или тупоугольный? **б)** Существует ли треугольник, у которого высоты равны 2; 3; 6?

**10.2**. Докажите для любых положительных чисел *х*, *у* неравенство .

**10.3**. Можно ли разбить квадрат  на 100 одинаковых прямоугольников, у каждого из которых длины неравных сторон отличаются на единицу?

**10.4.** Докажите, что существует натуральное число, которое делится на 5100 и состоит (в десятичной записи) только из нечетных цифр.

**10.5.** Дана окружность единичного радиуса с центром *О*. Точка *А* находится на расстоянии *а* от центра (). Через точку *А* проводят всевозможные хорды *MN*. **а)** Найдите длину наименьшей хорды *MN*. **б)** Найдите наибольшую площадь треугольника *OMN*.

**Олимпиада по математике**

**Муниципальный этап 2016–2017 уч. г.**

**11 класс**

**11.1.** Решите неравенство .

**11.2**. Докажите для любых положительных чисел *х*, *у* неравенство .

**11.3.** Можно ли разбить квадрат  на 100 одинаковых прямоугольников, у каждого из которых длины неравных сторон отличаются на единицу?

**11.4.** Существуют ли удовлетворяющие уравнению  **а)** различные натуральные числа *x, y, z* ? **б)** различные целые числа *x, y, z* ?

**11.5.** Дана окружность единичного радиуса с центром *О*. Точка *А* находится на расстоянии *а* от центра (). Через точку *А* проводят всевозможные хорды *MN*. **а)** Найдите длину наименьшей хорды *MN*. **б)** Найдите наибольшую площадь треугольника *OMN*.